Chapitre II : Généralités et définitions de base

1. Définition et sens physique de la force

Une force désigne, en physique, l'interaction entre deux objets ou systèmes. On appellera force l'action d'un corps sur un autre, se traduisant par une pression, une attraction ou une répulsion. Au minimum deux forces exercées sur l'objet sont nécessaires pour induire une déformation de celui-ci. Isaac Newton a précisé ce concept en établissant les bases de la mécanique newtonienne.

2. Représentation mathématique de la force

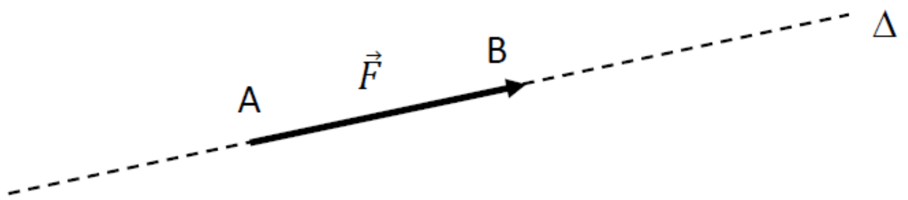
On appelle force une action mécanique dont on connait les quatre caractéristiques :

- Le **point d'application**
- La **direction**
- Le **sens**

  La **valeur** (ou intensité de la force). L'intensité de la force s'exprime en **Newton,** symbole: **N** et se mesure avec un dynamomètre

Une force peut être représentée par un vecteur $\vec{F}$ dont :

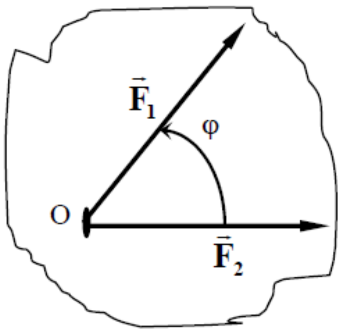
- L'origine est le point d'application de la force (ici A)
- La direction est celle de la force (appelée aussi ligne d'action, ici Δ)
- Le sens est celui de la force (ici de A vers B)
- La longueur est proportionnelle à la valeur de la force (ici $\|\vec{F}\| = \|\overrightarrow{AB}\|$)
-

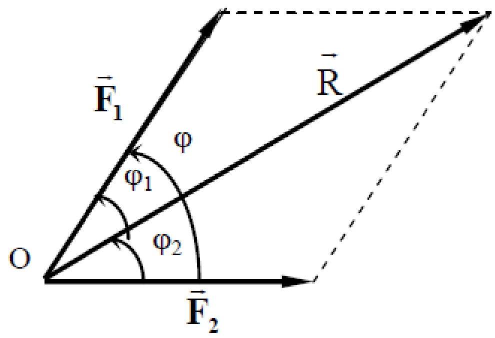


3. Opérations sur la force (composition, décomposition, projection)

3.1. Résultante de deux forces concourantes

Soient deux forces $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_2}$ appliquées à un point O d'un solide. Pour la détermination de leur résultante $\vec{R}$, on construit un parallélogramme sur $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_2}$. Le module et la direction de la résultante $\vec{R}$ sont déterminés par la diagonale du parallélogramme construit sur ces deux forces (Règle du parallélogramme).





Résultante de deux forces

$$\vec{R} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$$

Son module est calculé par :

$$\|\vec{R}\| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2cos(\pi - \varphi)}$$

Sa direction se détermine par les équations suivantes :

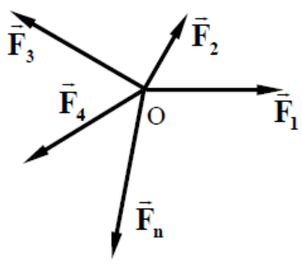
$$\frac{F_1}{sin\varphi_2} = \frac{F_2}{sin\varphi_1} = \frac{R}{sin(\pi - \varphi)} = \frac{R}{sin\varphi}$$

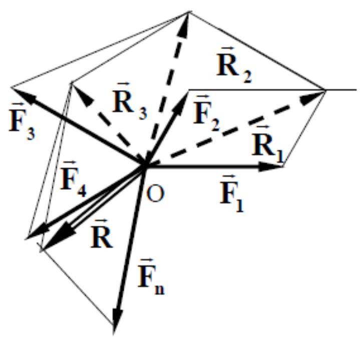
Ces formules définissent le module, la direction et le sens de la résultante des deux forces appliquées au même point et faisant un angle φ entre elles.

3.2. Résultante de plusieurs forces concourantes

3.2.1. Méthode du parallélogramme des forces

On peut faire la somme de plusieurs forces appliquées en un point commun en faisant leur composition suivant la règle du parallélogramme par : composer les forces $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_2}$, trouver leur résultante $\overrightarrow{R_1}$, puis composer cette dernière et la force $\overrightarrow{F_3}$, construire un parallélogramme sur $\overrightarrow{R_1}$ et $\overrightarrow{F_3}$, trouver la résultante $\overrightarrow{R_2}$, et ainsi de suite, jusqu'à obtention de la résultante finale $\vec{R}$.

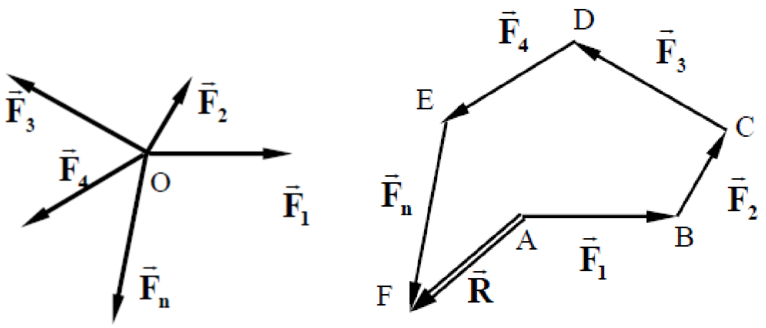




3.2.2. Règle du polygone des forces

Pour la construction du polygone des forces, on respecte le sens et la direction de chaque force. Tout d'abord, on place l'origine du vecteur $\overrightarrow{F_2}$ à l'extrémité B de $\overrightarrow{F_1}$, puis de placer l'origine $\overrightarrow{F_3}$ à l'extrémité C de $\overrightarrow{F_2}$, ….. etc ; en joignant le point A d'application des forces et l'extrémité de $\overrightarrow{F_n}$, on obtient la résultante $\vec{R}$.

La ligne brisée ABDCEF s'appelle polygone des forces et le segment AF, vecteur fermant le polygone s'appelle la résultante des forces.



S'il y a n forces $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, …, $\overrightarrow{F_n}$ concourantes en O, leur résultante unique est appliquée en O, et vaut la somme géométrique des vecteurs forces

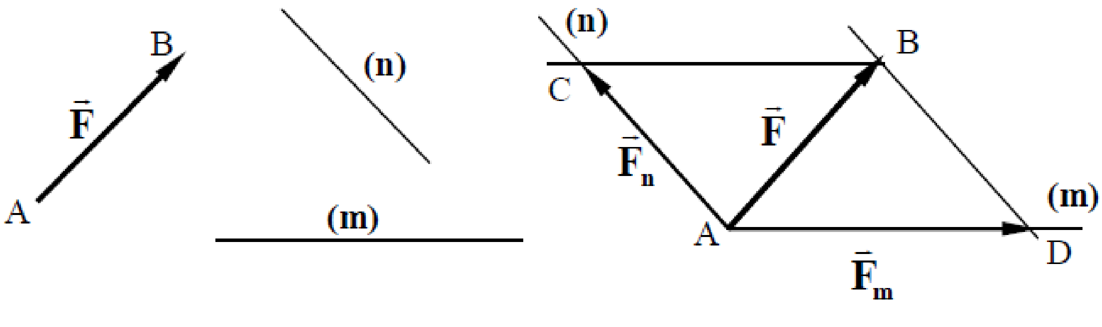
$$\vec{R} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \ldots + \overrightarrow{F_n} = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{F_i}$$

3.3. Décomposition géométrique d'une force

3.3.1. Décomposition suivant deux directions :

Décomposer une force revient à trouver les forces, appelées composantes, qui sont appliquées au même point, et produiront un effet équivalent à celui de la fore décomposée

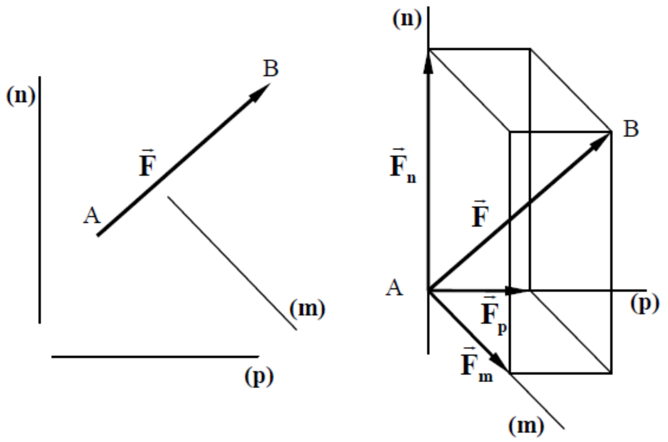
La décomposition de la force $\vec{F}$ est valable lorsque les directions (m) et (n) des composantes cherchées sont connues. Pour déterminer ces composantes, il suffit de mener par le point d'application A de la force $\vec{F}$ et par l'extrémité B de $\vec{F}$ deux droites parallèles à (m) et (n) : les points d'intersections définissent un parallélogramme ADBC dans lequel la force est la diagonale et les cotés AD et AC sont les composantes $\overrightarrow{F_m}$ et $\overrightarrow{F_n}$, Soit : $\vec{F} = \overrightarrow{F_m} + \overrightarrow{F_n}$



3.3.2. Décomposition suivant trois directions :

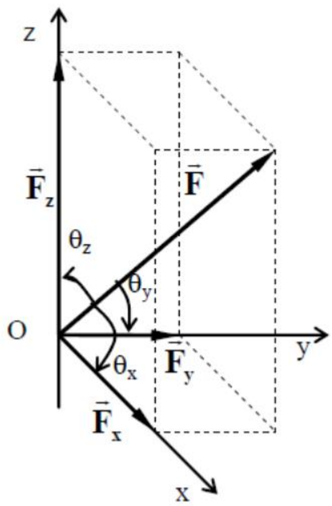
On peut décomposer une force d'une façon unique, suivant trois directions arbitraires non parallèles à un plan. La solution conduit à un parallélépipède dont les arêtes ont les directions données et dont la diagonale AB est constituée par la force décomposée. La force $\vec{F}$ est égale à la somme des composantes cherchées et sera écrite :

$$\vec{F} = \overrightarrow{F_m} + \overrightarrow{F_n} + \overrightarrow{F_p}$$



La force fait les angles qx, qy, qz respectivement avec les axes x, y, et z du système de coordonnées cartésiennes orthogonales Oxyz,

Pour décomposer suivant les trois axes, construisons un parallélépipède dans lequel $\vec{F}$ sera une diagonale.



Le vecteur de la force $\vec{F}$ s'écrit :

$$\vec{F} = \overrightarrow{F_x} + \overrightarrow{F_y} + \overrightarrow{F_z} = F_x\vec{\imath} + F_y\vec{\jmath} + F_z\vec{k}$$

tel que $\overrightarrow{F_x}, \overrightarrow{F_y}, \overrightarrow{F_z}$ sont les composantes de la force $\vec{F}$ et dont les modules sont :

$$F_x = \|\vec{F}\|cos\theta_x; F_y = \|\vec{F}\|cos\theta_y; F_z = \|\vec{F}\|cos\theta_z$$

Le module de la force $\vec{F}$ s'écrit alors :

$$\|\vec{F}\| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

Les cosinus directeurs s'obtiennent :

$$cos\theta_x = \frac{F_x}{\|\vec{F}\|} ; cos\theta_y = \frac{F_y}{\|\vec{F}\|} ; cos\theta_x = \frac{F_z}{\|\vec{F}\|}$$

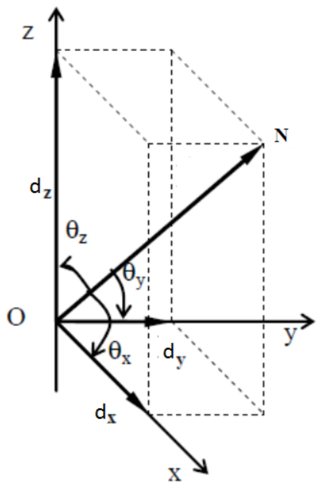
Le module de la force $\vec{F}$ peut s'exprimer autrement en utilisant les cosinus directeurs :

$$\|\vec{F}\| = \frac{F_x}{cos\theta_x} = \frac{F_y}{cos\theta_y} = \frac{F_z}{cos\theta_z}$$

3.3.3. Décomposition d'une force si un point de sa ligne d'action est connu

Si le point N de coordonnées dx, dy et dz appartenant à la ligne d'action de la force $\vec{F}$ est connu, le vecteur $\overrightarrow{ON}$ forme les angles θ_x, θ_y, et θ_z avec les axes x, y et z et $d = \|\overrightarrow{ON}\|$ son module, alors nous pouvons écrire :

$$dx = d\cos\theta_x \; ; dy = d\cos\theta_y \; ; dz = d\cos\theta_z$$



il vient :

$$\|\overrightarrow{ON}\| = d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2 + d_z^2}$$

Comme on peut l'exprimer en fonction des cosinus directeurs

$$\|\overrightarrow{ON}\| = d = \frac{d_x}{cos\theta_x} = \frac{d_y}{cos\theta_y} = \frac{d_z}{cos\theta_z}$$

sachant que

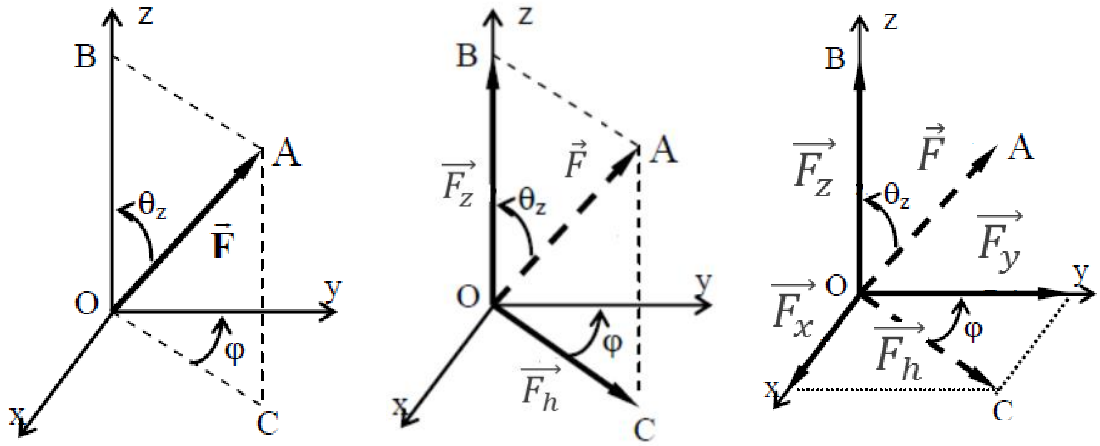
$$\|\vec{F}\| = F = \frac{F_x}{cos\theta_x} = \frac{F_y}{cos\theta_y} = \frac{F_z}{cos\theta_z}$$

Alors nous obtenons

$$\frac{\|\vec{F}\|}{\|\overrightarrow{ON}\|} = \frac{F}{d} = \frac{F_x}{d_x} = \frac{F_y}{d_y} = \frac{F_z}{d_z}$$

3.3.4. Décomposition analytique d'une force

Considérons la force $\vec{F}$ appliquée à l'origine O du système de coordonnées orthogonales x, y, z. Pour définir la direction de $\vec{F}$, nous traçons le plan vertical OBAC contenant $\vec{F}$



Le plan OBAC contient l'axe vertical z, l'orientation de ce plan peut être définie par l'angle φ qu'il forme avec l'axe y dans le plan (x, y), tandis que l'orientation de la force $\vec{F}$ dans le plan OBAC est donnée par l'angle θz qu'elle fait avec l'axe z.

Nous décomposons d'abord la force $\vec{F}$ en ces composantes $\overrightarrow{F_z}$ et $\overrightarrow{F_h}$. Cette dernière ($\overrightarrow{F_h}$) étant contenue dans le plan plan (x, y). Les composantes scalaires de $\vec{F}$ sont alors :

$$F_z = F cos\theta_z$$

$$F_h = F sin\theta_z$$

Ensuite, la composante $\overrightarrow{F_h}$ peut se décomposer, en $\overrightarrow{F_x}$ et $\overrightarrow{F_y}$ suivant les directions x et y.

Nous aurons alors les composantes scalaires :

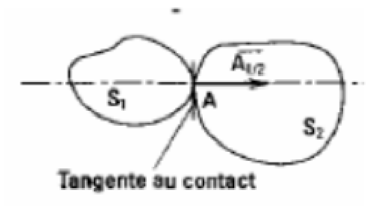
$$F_x = F_h sin\varphi = F sin\theta_z sin\varphi$$

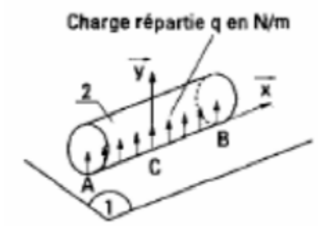
$$F_y = F_h cos\varphi = F sin\theta_z cos\varphi$$

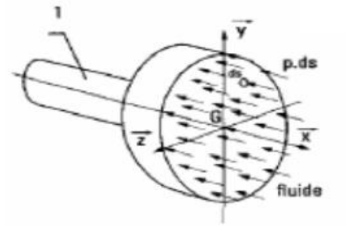
3.4. Types de force : ponctuelle, linéique, surfacique, volumique

Selon le type de contact nous pouvons classer les forces en :

- Force ponctuelle : Contact ponctuel
- Force linéique : Contact linéique, dans le cas d'une répartition uniforme, on remplacera les forces par une action unique appliquée au milieu de la ligne de contact.
- Force surfacique : Contact surfacique, par exemple force de pression
- Forces volumique : Ce sont des forces qui s'exercent sur la totalité du corps, par exemple la force de gravité







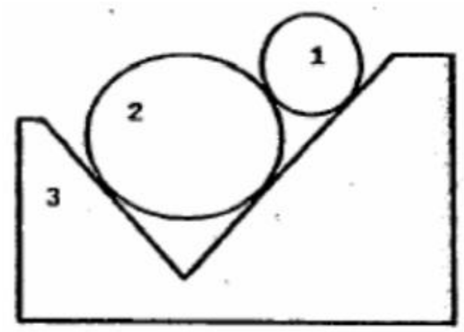
3.5. Classification de forces : forces internes, forces externes

Il s'agit d'une classification des forces ou actions mécaniques suivant leur situation par rapport au système matériel :

- Actions mécaniques extérieures au système matériel isolé
- Actions mécaniques intérieures au système matériel isolé

Considérons le système matériel formé par les solides 1 et 2

- L'action de 3 sur 2 est extérieure à S
- L'action de 1 sur 2 est intérieure à S



On ne considère que les actions mécaniques extérieures aux systèmes matériels isolés,

Remarque :

On peut aussi classifier les forces suivant leurs natures physiques

- Actions mécaniques à distance : champ ou effet de la pesanteur, champ magnétique, effets électriques ou électrostatiques
- Actions mécaniques de contact : d'un solide, d'un fluide ou d'un élément élastique,

3.6. Modèles mécaniques : le point, le corps solide

Le plus simple est celui du **point matériel**. La description du solide est réduite à la position de son centre de gravité et à sa masse. Ce modèle est adapté aux cas où l'on ne s'intéresse qu'aux mouvements du centre de gravité. En particulier, il ne prend en compte ni les rotations propres de l'objet, ni ses déformations.

Le second modèle est le modèle du **solide indéformable**. Il est bien adapté pour l'étude des mouvements — mécanique du solide — et des efforts mis en œuvre — dynamique — tant que les efforts restent modérés. Il permet de prendre en compte les rotations propres.